

DOI: <https://doi.org/10.46296/rc.v8i15.0312>

Implementación del Aprendizaje Basado en Problemas aplicando transformación de funciones usando GeoGebra 6.0, en estudiantes de una Institución Educativa

Implementation of Problem Based Learning applying function transformation using GeoGebra 6.0, in students of an Educational Institution

Cantos-Arteaga Javier Leonardo

Universidad de Especialidades Espíritu Santo. Guayaquil, Ecuador.

Correo: javier.cantos@uees.edu.ec

ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0003-0268-7125>

Andrade-Gómez Víctor Hugo

Universidad de Especialidades Espíritu Santo. Guayaquil, Ecuador.

Correo: victor.andrade@uees.edu.ec

ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0007-6282-3116>

Vera-Pisco Dimas Geovanny

Universidad Estatal del Sur de Manabí. Jipijapa, Ecuador.

Universidad de Especialidades Espíritu Santo. Guayaquil, Ecuador.

Correo: dverap@uees.edu.ec

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-3524-0907>

Sornoza-Parrales Diego

Universidad Estatal del Sur de Manabí. Jipijapa, Ecuador.

Correo: diego.sornoza@unesum.edu.ec

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-9319-9298>

RESUMEN

La educación matemática es fundamental para el desarrollo cognitivo y formación integral de los estudiantes. Los estudiantes de secundaria presentan dificultades para comprender y aplicar las transformaciones de funciones en su vida escolar, dificultando su rendimiento académico e interés por el aprendizaje matemático, según los Resultados de la Evaluación SEST, el 75% de Instituciones Educativas del Ecuador, no alcanzaron el puntaje mínimo (700 puntos) en matemática. El objetivo del estudio se enfocó en desarrollar estrategias metodológicas efectiva que permita comprender las características, propiedades y axiomas de las transformaciones de funciones en la Institución Educativa. La metodología de trabajo tiene un enfoque mixto porque se aplicó la entrevista al Coordinador del Área de Ciencias y se aplicó el instrumento de la encuesta a 43 estudiantes, aplicando un muestreo no probabilístico, el estudio es de tipo descriptivo y correlacional. Los resultados indicaron que el instrumento aplicado tuvo una significancia de $p < 0.000$, se aplicó un Pretest donde el 67% promedio de los estudiantes tenían conocimientos básicos de las Transformaciones de Funciones, luego de aplicar el Posttest se mejoró esta puntuación con 91% promedio de comprensión y aprendizaje del tema a tratar. El estudio concluye que luego de aplicar la metodología ABP, los estudiantes mostraron mejoría en su desarrollo y aprendizaje de Transformación de Funciones y estos alcanzaron puntuaciones

Información del manuscrito:

Fecha de recepción: 11 de octubre de 2024.

Fecha de aceptación: 23 de diciembre de 2024.

Fecha de publicación: 10 de enero de 2025.



superiores a 700 puntos en la Prueba piloto SEST que se tomó en la Unidad Educativa, con esto se da a conocer que la metodología aplicada utilizando el Software Geogebra fue efectiva para la enseñanza y aprendizaje en los estudiantes.

Palabras claves: Transformación de Funciones, Aprendizaje Basado en Problemas, Correlación Lineal, Estrategias Educativas, Desarrollo Cognitivo.

ABSTRACT

Mathematics education is fundamental for the cognitive development and comprehensive training of students. Secondary school students have difficulties understanding and applying function transformations in their school life, hindering their academic performance and interest in mathematical learning. The objective of the study focused on developing effective methodological strategies that allow understanding the characteristics, properties and axioms of the transformations of functions in the Educational Institution. The work methodology has a mixed approach because the interview was applied to the Coordinator of the Science Area and the survey instrument was applied to 43 students, applying non-probabilistic sampling, the study is descriptive and correlational. The results indicated that the instrument applied had a significance of $p < 0.0000$, a Pretest was applied where the average 67% of the students had basic knowledge of Function Transformations, after applying the Posttest this score was improved with an average of 91% of understanding and learning of the topic to be discussed. The study concludes that after applying the PBL methodology, the students showed improvement in their development and learning of Transformation of Functions and they reached scores greater than 700 points in the SEST pilot test that was taken in the Educational Unit, with this to know that the methodology applied using the Geogebra Software was effective for teaching and learning in students.

Keywords: Transformation of Functions, Problem-Based Learning, Linear Correlation, Educational Strategies, Cognitive Development.

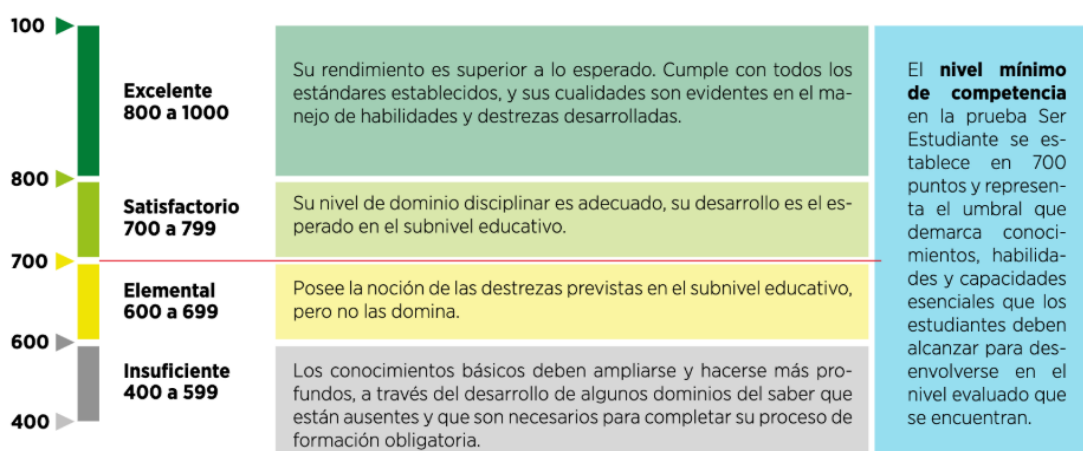
1. INTRODUCCIÓN

Los avances tecnológicos han impactado significativamente en diferentes campos educativos, siendo la base fundamental para el desarrollo del conocimiento cognitivo y didáctico en los estudiantes. Actualmente es importante que los estudiantes desarrollen nuevas habilidades para resolver problemas, utilizando el pensamiento crítico y recreativo de tal manera que les permita mejorar su nivel de aprendizaje. Este estudio se basa en los resultados obtenidos de la prueba Ser Estudiante (SEST) misma que está diseñada y administrada por el Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEVAL). La prueba evalúa los aprendizajes obtenidos por los estudiantes en Matemática, Lengua y Literatura, Ciencias Naturales y Ciencias Sociales desde Educación General Básica (BGU) y Bachillerato General Unificado (BGU) en instituciones fiscales, fiscomisionales, municipales y particulares (INEVAL, 2024).

A nivel Marco, los resultados de Ser Estudiante 2022-2023 mostraron que la mayoría de estudiantes aún no alcanza el puntaje mínimo (700 puntos) considerado como Nivel Elemental requerido en las distintas asignaturas. Los bajos niveles de aprendizaje no son producto de la crisis sanitaria causada por la pandemia (2020-2021); sino más bien que estos provienen de antiguos modelos educativos que monopolizaban el aprendizaje, lo que hacía que el docente sea el intérprete de la obra y el estudiante el espectador. Por lo tanto, el estudio concluye que 7 de cada 10 estudiantes de Tercero de Bachillerato General Unificado (BGU) no alcanzan el puntaje mínimo en matemática.

Estas pruebas consisten en una selección de ítems que permiten determinar una respuesta correcta, la prueba está diseñada como Prueba de Base Estructurada, de tal manera que permite evaluar un sinnúmero de aspectos educativos importantes, entre ellos la capacidad de discernir entre lo correcto y no correcto, toma de decisiones, pleno conocimiento del tema y mínimo tiempo de respuesta (Ministerio de Educación, 2024). A continuación, se muestra la escala de medición del rendimiento académico a nivel nacional en la Prueba Ser Estudiante 2024. Los resultados de la Prueba SEST, mostraron una disminución del 53% al 41% de aciertos en el área de matemática, la mayoría de resolución de problemas estuvieron relacionados con funciones lineales, cuadráticas, perímetro, áreas y otros temas relacionados a 3ero. BGU.

Figura 1. Escala de Medición de Competencias Educativas



Tomado de: "Instituto Nacional de Evaluación Educativa", año (Instituto Nacional de Evaluación Educativa, 2024)

A nivel meso, se evidenció poco uso de las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC), según se describe en el Proyecto Educativo Institucional (PEI) de la Unidad Educativa de estudio. Además, se revisaron los documentos de Planificación Curricular Institucional (PCI) donde se evidenció una matriz de acompañamiento docente en sus clases que planteaba el uso adecuado de las Tecnologías del Aprendizaje y del Conocimiento (TAC) como indicador de mejoramiento del desempeño docente. Algunas Unidades Educativas, subutilizan el equipamiento tecnológico institucional para el uso del laboratorio de computación, sala de audiovisuales, y otros, limitando la carga horaria para utilizar las TACs en la hora de clase.

A nivel micro, se aplicó una prueba PreTest, la cual evidenció un bajo desempeño en las destrezas implicadas en la resolución de ejercicios de Transformación de Funciones, luego se les mostró a los estudiantes la resolución de ejercicios utilizando el Software Geogebra y se observó que mayoría comprendió mejor. Finalmente, se realizó un análisis de la Planificación por Unidad Didáctica (PUD), correspondiente a este bloque curricular, donde se identificó la insuficiente aplicación de las TACs al planificar actividades de clase (Cevallos, 2020).

A partir de lo antes mencionado, se planteó una propuesta práctica para el uso de GeoGebra como recurso didáctico en el desarrollo de las destrezas fundamentales para la resolución de problemas de Transformaciones Lineales. Este programa es uno de los más utilizados en la Educación Secundaria, se puede acceder y descargar de forma gratuita en el navegador de su preferencia, resaltando su fácil adaptabilidad a las exigencias educativas. Para los estudiantes, la interfaz del programa asocia el lenguaje algebraico con la representación gráfica y viceversa, manteniendo el dinamismo del aprendizaje en los estudiantes, mejorando el desempeño en la resolución de problemas relacionados con la Transformación de Funciones. Para los docentes, GeoGebra es un recurso didáctico enfocado en desarrollar destrezas educativas específicas que faciliten los procesos de enseñanza-aprendizaje.

El problema de este estudio se enfoca en el limitado conocimiento que tienen los estudiantes para identificar los diferentes tipos de funciones, así como también las escasas horas de aprendizaje con herramientas tecnológicas que faciliten la

comprensión de los mismos y las planificaciones curriculares aplicando la metodología tradicional donde el docente era quien explicaba la clase y el estudiante solo se limitaba a tomar apuntes, es decir que no existía esa interacción donde los estudiantes puedan exponer sus ideas en un sin número de cosas. Esta investigación se justifica en explicar una metodología que mejore los niveles de enseñanza y aprendizaje en docentes y estudiantes; y que a su vez sirva como referencia para futuras investigaciones alineadas a la búsqueda de estrategias educativas con ayuda de las TACs. Ante la problemática planteada surge la siguiente pregunta de investigación: ¿De qué forma el Aprendizaje Basado en Problemas influye en los estudiantes en la comprensión y desarrollo de transformación de funciones usando Geogebra versión 6.0?

El objetivo de este estudio se enfoca en Implementar la metodología Aprendizaje Basado en Problemas en la enseñanza de Transformación de Funciones mediante el uso del Software Geogebra versión 6.0 para mejorar los niveles de aprendizaje en los estudiantes de Tercero de Bachillerato. Entre los objetivos específicos, los autores plantean lo siguiente:

- Implementar GeoGebra como herramienta tecnológica para mejorar la enseñanza y aprendizaje de Transformación de Funciones y comprender el comportamiento de las funciones gráficas.
- Aplicar el método Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) en la resolución de situaciones prácticas y reales relacionadas con las Transformación de Funciones.
- Medir el rendimiento académico de los estudiantes luego de aplicar el método de Aprendizaje Basado en Problemas en la explicación de Transformación de Funciones utilizando GeoGebra 6.0.

La Hipótesis nula (H_0) de este estudio es: No hay diferencia significativa en la implementación de la metodología de Aprendizaje Basado en Problemas y el uso de Geogebra en los niveles de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes.

Marco Teórico

El ABP es un modelo de aprendizaje con el cual los estudiantes trabajan de manera activa, planean, implementan y evalúan proyectos que tienen aplicación en el mundo real más allá del aula de clase (Martí & Heydrich, 2023). Para Luy (2019), el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) es una metodología que busca promover este tipo de habilidades, al presentar a los estudiantes situaciones problemáticas que requieren la aplicación de conceptos y principios matemáticos para su resolución (Naranjo Sagñay et al., 2024). En el contexto de la educación secundaria, específicamente en el 2do Bachillerato, la implementación del ABP puede ser particularmente efectiva para mejorar la comprensión y aplicación de conceptos matemáticos, como la transformación de funciones. GeoGebra, como herramienta tecnológica interactiva, ofrece un entorno ideal para explorar y visualizar estas transformaciones, facilitando la comprensión y aplicación de los conceptos.

Características

Espinoza (2022), indicó que, el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) es un enfoque educativo que presenta varias características clave. En primer lugar, el ABP tiene un enfoque centrado en el estudiante, lo que significa que el estudiante es el protagonista del proceso de aprendizaje. Además, los problemas presentados son reales, complejos y desafiantes, lo que requiere que los estudiantes investiguen y analicen para encontrar soluciones. El trabajo en equipo es también una característica importante del ABP, ya que fomenta la colaboración, la comunicación y la resolución de conflictos.

El ABP promueve el aprendizaje autónomo, lo que significa que los estudiantes aprenden de manera independiente, con la guía del docente. La flexibilidad y la adaptabilidad son también características clave del ABP, ya que los estudiantes deben ser capaces de ajustarse a las necesidades del problema y de adaptarse a nuevas informaciones y desafíos. La evaluación continua es otro aspecto importante del ABP, ya que se enfoca en el proceso de aprendizaje, no solo en el resultado final.

Finalmente, el ABP ayuda a desarrollar habilidades importantes, como la

resolución de problemas, la toma de decisiones, la comunicación y el trabajo en equipo (Vera Pisco et al., 2024). El ABP también fomenta la curiosidad y la motivación para aprender, y ayuda a desarrollar el pensamiento crítico y la capacidad para analizar y evaluar información. Además, el ABP ayuda a conectar el aprendizaje con la realidad, lo que hace que el aprendizaje sea más significativo y relevante.

Pasos para implementar ABP

El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) es un enfoque educativo que consiste en presentar a los estudiantes un problema o escenario realista y pedirles que lo resuelvan de manera autónoma (Oviedo & Zhuma, 2019). A continuación, te presento los pasos para aplicar el ABP:

Paso 1: Presentación del problema: Se presenta un problema o escenario realista a los estudiantes, este debe ser bien elaborado y contar con todos los elementos del caso.

Paso 2: Análisis del problema: Los estudiantes analizan el problema e identifican los objetivos y las restricciones, discutiendo posibles causas y consecuencias del mismo.

Paso 3: Investigación y recopilación de información: Los estudiantes investigan y recopilan información relevante para resolver el problema, utilizando diversas fuentes de información.

Paso 4: Generación de soluciones: Los estudiantes generan posibles soluciones al problema. Se discuten las ventajas y desventajas de cada solución.

Paso 5: Evaluación y selección de soluciones: En esta etapa es importante que el estudiante sepa discernir entre lo que es importante y prioritario durante el análisis del ABP puesto que dependerá mucho la decisión que tome para definir la solución ideal a la problemática planteada.

Tecnologías de Aprendizaje y Conocimiento

Las Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento (TAC), Las TAC comprenden

un conjunto diverso de recursos y herramientas tecnológicas que pueden utilizarse para enriquecer el proceso educativo, incluyendo aplicaciones móviles, plataformas en línea, simulaciones interactivas, entornos virtuales de aprendizaje, entre otros. Estas tecnologías no solo ofrecen nuevas formas de acceso a la información, sino que también proporcionan oportunidades para la interacción, colaboración y creación de contenidos, aspectos fundamentales para el desarrollo de habilidades cognitivas en los estudiantes de educación superior (Robalino & Ríos, 2022).

El impacto de las TAC en la enseñanza de habilidades cognitivas tiene la capacidad de fomentar la resolución de problemas, el pensamiento crítico y la toma de decisiones informadas (Machado Pico et al., 2024). A través de entornos virtuales de aprendizaje y simulaciones interactivas, los estudiantes pueden enfrentarse a situaciones complejas y desarrollar estrategias para abordarlas de manera reflexiva y creativa, lo que los prepara para enfrentar los desafíos del mundo real en sus futuras trayectorias profesionales (Grados, y otros, 2023). Las Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento, ofrecen un conjunto de herramientas y enfoques que pueden mejorar significativamente los procesos de enseñanza en la educación virtual, como lo son:

- Aprendizaje basado en plataformas virtuales, las plataformas virtuales de aprendizaje, son fundamentales para la educación virtual porque comparten materiales educativos y fomentan la participación activa, incluyendo herramientas de comunicación en tiempo real, que facilitan el intercambio de ideas entre estudiantes y docentes.
- Contenido educativo interactivo que incluye videos, simulaciones, infografías y juegos educativos, promoviendo la participación de alumnos, estimulando su interés y facilitando la comprensión de conceptos complejos, adaptándose a diferentes formas de aprendizaje.
- Aprendizaje colaborativo en línea que facilita la colaboración entre estudiantes, trabajando juntos en proyectos, realizando debates e intercambiando ideas.
- Evaluación y retroalimentación virtual, mejoran los métodos de apreciación

de recepción de contenidos y retroalimentación porque los educadores pueden utilizar herramientas en línea para diseñar y gestionar exámenes, otorgando retroalimentación rápida a los alumnos, identificando áreas de mejora. Además, los docentes pueden utilizar herramientas de seguimiento del progreso para monitorear el desempeño de los estudiantes a lo largo del tiempo y adaptar su enseñanza en consecuencia.

Transformación de Funciones

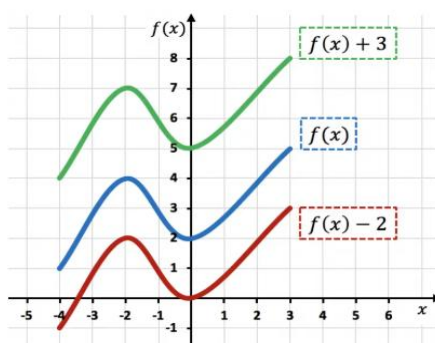
Las transformaciones de funciones son técnicas que nos permiten pasar de la representación gráfica de una función a la representación gráfica de otra función muy similar mediante operaciones elementales (Academia Balderix, 2023). Básicamente existen tres tipos de transformaciones de funciones elementales:

- i. **Traslaciones o desplazamientos:** Existen dos tipos, verticales y horizontales.

Traslación o Desplazamiento Vertical: Para trasladar o desplazar una función verticalmente (a lo largo del eje Y) hay que sumar o restar una constante a la función:

- Desplazamos una función **k unidades hacia arriba** sumando k a la función: $f(x) + k$
- Desplazamos una función **k unidades hacia abajo** restando k a la función: $f(x) - k$

Figura 2 Traslación de Funciones Vertical

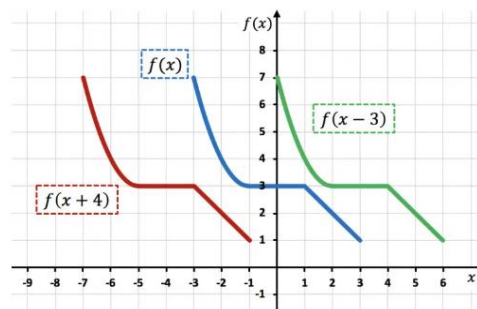


Traslación o Desplazamiento Horizontal: Para trasladar o desplazar una función horizontalmente (a lo largo del eje X) hay que sumar o restar

una constante a la variable independiente x :

- La gráfica de $f(x + k)$ es la gráfica de $f(x)$ desplazada **k unidades hacia la izquierda**.
- La gráfica de $f(x - k)$ es la gráfica de $f(x)$ desplazada **k unidades hacia la derecha**.

Figura 3. Traslación de Funciones Horizontal

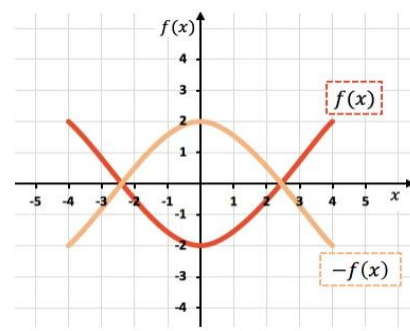


ii. Reflexión o simetría de una función respecto los ejes de coordenadas

La simetría de funciones se la puede representar de la siguiente manera:

- Para **reflejar una función respecto el eje de las abscisas** tenemos que cambiar de signo la función, es decir, debemos calcular $-f(x)$
- Para **reflejar una función respecto el eje de las ordenadas** tenemos que negar la variable independiente x , es decir, debemos calcular $f(-x)$

Figura 4 Simetría de Funciones



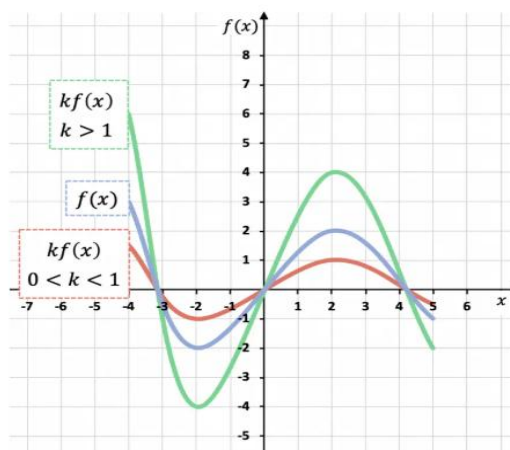
iii. Expansiones y contracciones de funciones

Existen dos tipos de expansiones o contracciones: verticales y horizontales.

Expansión y Contracción Vertical de una función

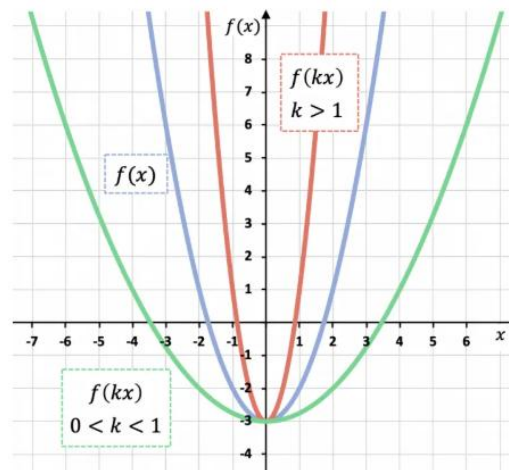
- Para **expandir (o dilatar)** una función en el eje Y tenemos que multiplicarla por un número más grande que 1: $k * f(x)$; $k > 1$
- Para **contraer** una función en el eje Y tenemos que multiplicarla por un número positivo más pequeño que 1: $0 < k < 1$

Figura 5 Expansión y Contracción Vertical



Expansión y Contracción Horizontal de una función

- Para **expandir (o dilatar)** una función en el eje X tenemos que multiplicar todas las x por un número entre 0 y 1: $f(k * x)$; $0 < k < 1$
- Para **contraer** una función en el eje X tenemos que multiplicar todas las x por un número más grande que 1: $f(k * x) = k > 1$

Figura 6 Expansión y Contracción Horizontal

Software Geogebra 6.0

GeoGebra es un software interactivo de matemática que reúne dinámicamente geometría, álgebra y cálculo con el fin de que el docente pueda tener una herramienta didáctica que ayude en el proceso de la educación, con las consideraciones que el software a utilizar sea accesible, libre, de fácil manipulación, que cuente con un proceso de instalación automático, sencillo y que sea aceptado en todas las plataformas (Arteaga, Medina, & Martínez, 2023).

GeoGebra ofrece tres perspectivas diferentes de cada objeto matemático: una vista gráfica, una vista numérica, vista algebraica y, además, una vista de hoja de cálculo. Esta multiplicidad permite apreciar los objetos matemáticos en tres representaciones diferentes: gráfica (como en el caso de puntos, gráficos de funciones), algebraica (como coordenadas de puntos, ecuaciones), y en celdas de una hoja de cálculo. La versión 6 del programa ofrece las siguientes vistas que se vinculan dinámicamente:

- Vista gráfica 2D: Se realizan construcciones geométricas utilizando puntos, rectas, segmentos, polígonos, cónicas, intersección entre objetos, traslaciones, rotaciones, etc., y graficar funciones, curvas expresadas en forma implícita, regiones planas definidas mediante desigualdades, etc.
- Vista algebraica: Allí se muestran las representaciones algebraicas y numéricas de los objetos representados en las otras vistas del programa.

- Vista gráfica 3D: En esta vista se pueden representar, además de los objetos mencionados para la vista gráfica 2D, planos, esferas, conos, poliedros, funciones de dos variables.
- Vista CAS (Cálculo Simbólico): Permite realizar cálculos en forma simbólica (derivadas, integrales, sistemas de ecuaciones, cálculo matricial, etc.).
- Vista de Probabilidades y Estadística: Esta vista contiene representaciones de diversas funciones de distribución de probabilidad y permite calcular la probabilidad de las mismas en un determinado intervalo.

Características

Entre las principales características del Software Geogebra versión 6.0, se tiene:

- Software gratuito, libre y de código abierto. No les cuesta dinero a los centros educativos y pueden modificar elementos para tener funcionalidades que no se presentan en la versión estándar.
- Multiplataforma: funciona tanto si emplean una versión de Linux propio de la Comunidad Autónoma como distintas versiones de Microsoft Windows.
- Fácil de usar. Además, existen numerosas formaciones, algunas de ellas gratuitas, impulsadas por colectivos de profesores y universidades.
- Sencillo y a la vez potente. Posee una hoja de cálculo y sus numerosas vistas permiten alternar el uso de la aritmética, representaciones algebraicas, cálculo simbólico y cálculo estadístico y probabilístico.

Ventajas

El GeoGebra tiene las mismas ventajas de cualquier software educativo, pero sobresalen las siguientes:

- Se propician varios tipos de aprendizaje que pueden ser individuales o grupales
- Fomenta la creatividad: al retar el aprendizaje, a aplicar los conocimientos y habilidades que ya posibilita la búsqueda y/o descubrimiento de nuevos conocimientos.
- Facilita la construcción de conocimiento por parte del alumno.

- Favorece el aprendizaje autónomo y se ajusta al tiempo de que el aprendizaje puede disponer para esa actividad.
- Permite el acceso al conocimiento y a la participación de actividades.
- Incluyen elementos para captar la atención del alumno.
- Favorece el carácter interactivo del aprendizaje.
- Permite la utilización de principios heurísticos, que con otros medios resultan casi imposible de aplicar, como es el caso de la movilidad, la inducción, la generalización, entre otros.

2. METODOLOGÍA

El presente artículo surge de un proceso de investigación realizado a estudiantes de Segundo Bachillerato de una Institución Educativa, tiene un diseño metodológico no experimental porque las variables de estudio no son sujetas a cambios. El tipo de investigación es descriptivo y correlacional porque se aplican técnicas estadísticas que miden la relación entre el uso de GeoGebra y el rendimiento académico de los estudiantes.

El enfoque es mixto porque al aplicar el estudio cualitativo se revisaron los procesos de enseñanza y aprendizaje con el Coordinador de Ciencias Exactas para comprender los procesos educativos y el impacto que tendrían al aplicar el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y el uso de TICs. El estudio también es cuantitativo porque se realizó un formulario dirigido a estudiantes para medir el impacto del uso de GeoGebra en su rendimiento académico y nivel de comprensión de las transformaciones de funciones. La población y muestra de este estudio está conformada por 43 Estudiantes de segundo Año de Bachillerato de la Unidad Educativa Monte Tabor de Nazaret. Debido a la cantidad de estudiantes para aplicar el formulario, se tomó a toda la población como muestra para aplicar el formulario y realizar el proceso de la encuesta.

Técnicas e instrumentos para la recolección de datos

Como técnica se utilizó la observación directa mediante el cual se tuvo la necesidad de utilizar dispositivos tecnológicos como computadoras y proyector, así como el Software Educativo GeoGebra para facilitar el aprendizaje interactivo. Entre los recursos didácticos que se desarrollaron se utilizaron las

diapositivas y material físico incluyendo guías de ejercicios y actividades extracurriculares para fomentar el pensamiento crítico y resolución de problemas. En esta investigación se utilizó la técnica de evaluación de la comprensión mediante una prueba al inicio y otra prueba al final. Para la recolección de los datos se diseñaron dos pruebas o guías de actividad (Pretest y Postest), estos instrumentos de recopilación de datos estuvieron estructurados por cuatro actividades enfocadas de la siguiente forma: definición de funciones, características, gráfica y desplazamientos.

Los instrumentos incluyen preguntas de opción múltiple, problemas de solución abierta y ejercicios prácticos, mismos que fueron diseñados para evaluar la comprensión de las transformaciones de funciones. Luego se realizaron grupos de trabajo con el Coordinador del Área de Ciencias Exactas para conocer su percepción sobre el impacto de las TICs y ABP en el proceso de enseñanza-aprendizaje mediante las siguientes fases:

- Fase 1: Diagnóstico: Aplicación de encuestas para medir el conocimiento de los estudiantes respecto a transformación de funciones.
- Fase 2: Implementación del ABP: Los estudiantes trabajarán en problemas de matemáticas que involucren transformaciones de funciones usando GeoGebra y observación directa con la herramienta y cómo aplican el ABP.
- Fase 3: Evaluación: Aplicación de una segunda evaluación académica para comparar los resultados y analizar el impacto de la metodología.
- Fase 4: Análisis de datos: Análisis cuantitativo de los resultados de encuestas y pruebas académicas, y cualitativo por las reuniones de trabajo con el Coordinador.

La validez del instrumento fue validada por un Experto en educación matemática. La confiabilidad se midió aplicando una prueba piloto y evaluaciones antes de la implementación formal. La aplicación de este instrumento a los estudiantes demostró mejor comprensión de las transformaciones de funciones e interés en el uso de GeoGebra, mejorando el rendimiento académico respecto a los métodos tradicionales. Este enfoque permite validar el impacto pedagógico del Aprendizaje Basado en Problemas y la efectividad del uso de TICs en la enseñanza matemática.

De acuerdo con la matriz de operacionalización de las variables se considera que el uso de GeoGebra: Es una variable independiente que mide el grado de familiaridad, interacción y frecuencia de uso de GeoGebra por parte de los estudiantes en las clases, el rendimiento académico es una variable dependiente que se mide a través de las calificaciones obtenidas por los estudiantes en la unidad de transformaciones de funciones, la comprensión de transformaciones de funciones: Variable dependiente que evalúa el dominio conceptual y capacidad de representación gráfica de estudiantes en las funciones matemáticas y aprendizaje Basado en Problemas (ABP): metodología que evalúa el trabajo colaborativo y capacidad de resolución de problemas, finalmente, la motivación hacia el aprendizaje: Variable dependiente que mide el nivel de interés y actitud hacia el aprendizaje, en especial con la ayuda de TICs y la percepción docente sobre TICs: Variable independiente que evalúa la opinión y conocimiento del docente sobre el uso de GeoGebra y TICs en el proceso de enseñanza.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En el presente estudio se evaluaron los resultados del rendimiento académico de 43 estudiantes en dos momentos diferentes, es decir: antes y después de la implementación de una estrategia de rutinas de pensamiento incorporando las Tics en la enseñanza de la función cuadrática. En el análisis cuantitativo, se consideró la siguiente clasificación según la calificación obtenida por los estudiantes tanto para la evaluación diagnóstica como para la evaluación final, donde un estudiante domina los aprendizajes requeridos si las calificaciones están entre 9 y 10, alcanza los aprendizajes requeridos si las calificaciones están entre 7 y 8.99, el estudiante está próximo a alcanzar los aprendizajes requeridos si las calificaciones están entre 4.01 y 6.99 y por último no alcanza los aprendizajes requeridos cuando obtiene calificaciones menores o iguales a 4.

Resultados de la evaluación diagnóstica (Pre-Test)

El pretest fue respondido por 43 estudiantes, quienes enfrentaron un total de 10 preguntas. La nota promedio obtenida fue de 6. En cuanto a los resultados generales, se observó que las preguntas 1, 2, 3, 4, 6, 7 y 9 tuvieron una respuesta

correcta más frecuente, mientras que las preguntas 5, 8 y 10 presentaron una mayor dispersión en las respuestas.

En el análisis detallado de cada pregunta, se destacó que la mayoría de los estudiantes (42%) identificaron correctamente la función lineal en la pregunta 4, y también reconocieron la forma verbal de una función en la pregunta 9. Sin embargo, hubo cierta confusión en la identificación del rango de la función en la pregunta 5, y en el cálculo de la pendiente en la pregunta 10. En cuanto a los resultados individuales, los estudiantes E40, E20 y E30 obtuvieron las notas más altas, con 9 y 8 puntos respectivamente. Por otro lado, los estudiantes E24 y E29 obtuvieron las notas más bajas, con solo 1 punto cada uno.

El objetivo de la propuesta de investigación consiste en mejorar la comprensión y aplicación de funciones matemáticas en estudiantes de 2do Bachillerato mediante la implementación del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), utilizando GeoGebra, fomentando la resolución de problemas multidisciplinarios y el desarrollo de habilidades críticas y colaborativas. Luego de obtener los resultados del Pre-Test, se realizaron cinco (5) fases, detalladas de la siguiente manera:

Fase 1: Seleccionar objetivos: Comprender las funciones matemáticas básicas (lineales, cuadráticas, polinomiales). Analizar y resolver problemas relacionados con funciones utilizando GeoGebra. Desarrollar habilidades de resolución de problemas, pensamiento crítico y colaboración.

Fase 2: Elegir problemática: Identificar problemas reales relacionados con funciones en contextos cotidianos (arquitectura, ingeniería, economía, etc.). Seleccionar un problema específico para trabajar en grupo.

Fase 3: Orientar las reglas y lineamientos del grupo focal: Presentar los pilares del ABP (Autonomía, Colaboración, Resolución de problemas, Reflexión y Evaluación) y establecer reglas para el trabajo en grupo: Respeto y comunicación efectiva, distribución de tareas y responsabilidades y plazos y entregas.

Fase 4: Establecer el tiempo específico para la resolución de problemas multidisciplinarios: Asignar 4-6 semanas para el proyecto. Establecer fechas específicas para: Investigación y planificación (1 semana), creación de tríptico/infografía (1 semana), presentación del proyecto (1 semana) y evaluación y retroalimentación (1 semana).

Fase 5: Tutoría para resolver dudas: Sesiones de tutoría individual o grupal para: Clarificar conceptos matemáticos, resolver problemas técnicos con GeoGebra y orientar sobre la presentación del proyecto

Resultados de la evaluación diagnóstica (Post-Test)

El post-test mostró un aumento significativo en la comprensión de los estudiantes en varias áreas. En la pregunta 1, el 65% de los estudiantes identificaron correctamente la función afín, lo que representa un aumento del 30% respecto al pretest. De manera similar, en la pregunta 2, el 74% de los estudiantes seleccionaron correctamente la pendiente de una recta, lo que representa un aumento del 32% respecto al pretest.

En cuanto a las representaciones, el post-test mostró mejoras significativas. En la pregunta 3, el 56% de los estudiantes identificaron correctamente la fórmula, lo que representa un aumento del 7% respecto al pretest. De manera similar, en la pregunta 6, el 42% de los estudiantes seleccionaron correctamente la gráfica, lo que representa un aumento del 14% respecto al pretest.

Finalmente, el post-test también mostró mejoras en la comprensión de las funciones lineales y la pendiente. En la pregunta 7, el 58% de los estudiantes identificaron correctamente la función lineal, lo que representa un aumento del 16% respecto al pretest. De manera similar, en la pregunta 10, el 47% de los estudiantes seleccionaron correctamente la pendiente de la recta, lo que representa un aumento del 17% respecto al pretest.

El Plan de Acción que se aplicará para los estudiantes con bajas calificaciones, partirá del asesoramiento individualizado, envío de actividades adicionales para reforzar conceptos matemáticos y más oportunidades para recuperar puntos perdidos mediante tareas adicionales. Esto va acompañado de las rúbricas de

evaluación: participación y colaboración en grupo (20%), calidad del tríptico/infografía (20%), y presentación del proyecto (30%), y rúbrica de evaluación del proyecto (30%).

Matriz de Objetivos y Actividades

Objetivos	Actividades	Evaluación
1. Comprender funciones matemáticas	Introducción a funciones, GeoGebra	Prueba teórica (20%)
2. Analizar y resolver problemas	Trabajo de campo, Creación de tríptico/infografía	Rúbrica de evaluación (30%)
3. Desarrollar habilidades críticas y colaborativas	Proyecto en grupo, Presentación	Evaluación de participación (20%)
4. Aplicar funciones en contextos reales	Casos prácticos, Ejemplos	Prueba práctica (30%)

Casos Prácticos Aplicados a la Vida Cotidiana

1. **Diseño de un jardín:** Un arquitecto utiliza funciones para diseñar un jardín con una pendiente específica.
2. **Cálculo de costos:** Un empresario utiliza funciones para calcular los costos de producción de un producto.
3. **Análisis de datos:** Un estadístico utiliza funciones para analizar datos de una encuesta.

Ejemplos

1. **Función lineal:** $y = 2x + 3$ (modelo de crecimiento poblacional)
2. **Función cuadrática:** $y = x^2 + 4x + 2$ (modelo de movimiento de un objeto)
3. **Función polinómica:** $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$ (modelo de crecimiento)

económico)

Como parte del proceso de mejora de aprendizaje, se realizarán las siguientes pruebas teóricas y prácticas donde deban resolver.

Prueba Teórica

1. Defina una función lineal y explique su gráfica.
2. Resuelva una ecuación cuadrática utilizando la fórmula de Bhaskara.
3. Identifique el tipo de función (lineal, cuadrática, polinómica) en un gráfico.

Prueba Práctica

1. Utilice GeoGebra para graficar una función lineal y analizar su comportamiento.
2. Resuelva un problema de optimización utilizando funciones cuadráticas.
3. Crea un modelo matemático para un problema real utilizando funciones polinómicas.

Evaluación de Participación

- Asistencia y puntualidad (20%)
- Contribución en grupo (30%)
- Respeto y comunicación efectiva (20%)
- Cumplimiento de tareas y plazos (30%)

Recursos Adicionales: GeoGebra, Libros de texto de matemáticas, Recursos en línea (Khan Academy, Mathway, etc.), Hojas de trabajo y guías de estudio.

Luego de aplicar la propuesta, se planteó la siguiente **Hipótesis nula (H0):** No hay diferencia significativa en la comprensión y aplicación de funciones matemáticas, la resolución de problemas multidisciplinarios y desarrollo de habilidades críticas y colaborativas en estudiantes de 2do Bachillerato que

reciben instrucción tradicional y aquellos que participan en Aprendizaje Basado en Problemas con GeoGebra.

Hipótesis alternativa (H1): La implementación del Aprendizaje Basado en Problemas con GeoGebra en 2do Bachillerato mejora significativamente:

1. La comprensión y aplicación de funciones matemáticas.
2. La resolución de problemas multidisciplinarios.
3. El desarrollo de habilidades críticas y colaborativas.

Como conclusiones generales, se observó un aumento significativo en la comprensión de funciones afines, lineales y cuadráticas, los estudiantes muestran una mayor claridad en la identificación del rango de una función, la representación verbal de funciones es mejor comprendida después del tratamiento, el cálculo de la pendiente es más preciso después del tratamiento.

Resolución de la Prueba de Hipótesis

Hipótesis Nula (H0): La aplicación de la propuesta de enseñanza basada en la resolución de problemas y la representación gráfica no mejora significativamente la comprensión de funciones matemáticas en estudiantes de secundaria.

Hipótesis Alternativa (H1): La aplicación de la propuesta de enseñanza basada en la resolución de problemas y la representación gráfica mejora significativamente la comprensión de funciones matemáticas en estudiantes de secundaria. El **Nivel de Significancia:** $\alpha = 0,05$ y la **Prueba Estadística:** T-Test para medias relacionadas (Pretest-Postest)

El análisis estadístico realizado mediante la prueba t de Student reveló diferencias significativas entre las medias del pretest y el postest en todas las preguntas (p-valor < 0,05). La media del pretest fue de 3,1 puntos (desviación estándar: 1,2), mientras que la media del postest fue de 4,5 puntos (desviación estándar: 1,1). Esto representa un aumento del 45% en la media del postest respecto al pretest.

Los resultados mostraron que las diferencias entre las medias del pretest y el posttest variaron entre 0,7 y 2,2 puntos, con un promedio de 1,4 puntos. Las preguntas que mostraron las diferencias más significativas fueron la 2 (Pendiente de una Recta), la 7 (Función Lineal) y la 10 (Pendiente de Recta), con diferencias de 2,2, 1,9 y 1,6 puntos respectivamente. En términos porcentuales, esto representa aumentos del 69%, 59% y 55% respectivamente.

En general, los resultados estadísticos sugieren que la propuesta de enseñanza basada en la resolución de problemas y la representación gráfica es efectiva para mejorar la comprensión de funciones matemáticas en estudiantes de secundaria, con un nivel de confianza del 95%. El aumento promedio en la media del posttest respecto al pretest fue del 45%, lo que indica un impacto positivo y significativo en la comprensión de funciones matemáticas.

La prueba de hipótesis confirma con un nivel de confianza del 95% y un error estándar de 0,05 que la propuesta de enseñanza basada en la resolución de problemas y la representación gráfica es efectiva para mejorar significativamente la comprensión de funciones matemáticas en estudiantes de secundaria. Esto sugiere que esta propuesta puede ser implementada en otros contextos educativos para mejorar la enseñanza de las matemáticas, lo que podría tener un impacto positivo en la educación matemática.

Resultados

El análisis comparativo entre el pretest y el posttest muestra mejoras significativas en la comprensión de funciones matemáticas. En 9 de las 10 preguntas, se observa un aumento en el porcentaje de respuestas correctas. Esto sugiere que la propuesta ha sido efectiva en mejorar la comprensión de funciones matemáticas en los estudiantes.

Las mejoras porcentuales varían entre un 5% y un 32%. La mayor mejora se observa en la pregunta 2 (Pendiente de una Recta), con un aumento del 32%. Por otro lado, la menor mejora se observa en la pregunta 5 (Rango de Función), con un aumento del 5%. En general, la propuesta ha mejorado la comprensión de funciones matemáticas en un 14% en promedio.

Es importante destacar que, aunque se observan mejoras significativas, todavía hay espacio para mejorar. Especialmente en áreas como el rango de función, donde la mejora fue menor. Esto sugiere que es necesario seguir trabajando en estas áreas para consolidar la comprensión de funciones matemáticas en los estudiantes.

En 9 de 10 preguntas, se observa un aumento significativo en la comprensión de funciones matemáticas después de aplicar la propuesta. La mayor mejora se observa en la pregunta 2 (Pendiente de una Recta), con un aumento del 32%. La menor mejora se observa en la pregunta 5 (Rango de Función), con un aumento del 5%. En general, la propuesta ha mejorado la comprensión de funciones matemáticas en un 14% en promedio.

4. CONCLUSIONES

La hipótesis se comprueba, ya que la aplicación de la propuesta de enseñanza basada en la resolución de problemas y la representación gráfica ha mejorado significativamente la comprensión de funciones matemáticas en estudiantes de secundaria. Los resultados sugieren que esta propuesta es efectiva para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos complejos.

La investigación demostró que la aplicación de la propuesta de enseñanza basada en la resolución de problemas y la representación gráfica mejora significativamente la comprensión de funciones matemáticas en estudiantes de secundaria. Los resultados sugieren que esta propuesta es efectiva para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos complejos, desarrollar habilidades de resolución de problemas, fomentar la representación gráfica y visualización de funciones, y aumentar la motivación y interés en la materia. Además, se observó un aumento significativo en la confianza de los estudiantes para abordar problemas matemáticos. La propuesta también demostró ser efectiva para mejorar la comprensión de funciones lineales y cuadráticas, así como la identificación de patrones y relaciones.

Los resultados también sugieren que la propuesta puede ser adaptada para otros niveles educativos y contextos. La investigación contribuye a la teoría educativa

y proporciona evidencia empírica para apoyar la implementación de propuestas de enseñanza basadas en la resolución de problemas y la representación gráfica. Los hallazgos también tienen implicaciones prácticas para la enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria. En general, la investigación demuestra que la propuesta es una herramienta efectiva para mejorar la educación matemática y promover la comprensión profunda de conceptos matemáticos. Los resultados pueden ser utilizados para informar políticas educativas y prácticas docentes. La investigación también abre nuevas líneas de investigación en el campo de la educación matemática.

REFERENCIAS

- Academia Balderix. (2023). Transformaciones de funciones: Traslaciones, Simetría, Expansión y Compresión. Obtenido de <https://www.funciones.xyz/transformaciones-de-funciones-traslaciones-simetria-expansion-y-compresion/#%c2%bfque-son-las-transformaciones-de-funciones>
- Andi, E. R. (2023). El uso de GeoGebra para la graficación de funciones lineales en estudiantes de Educación General Básica. Universidad Nacional de Educación, 12.
- Arteaga, E., Medina, J., & Martínez, J. (2023). El Geogebra: una herramienta tecnológica para aprender Matemática en la Secundaria Básica haciendo matemática. Conrado, 102-108. Obtenido de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1990-86442019000500102
- Cevallos, D. (2020). Implementación de GeoGebra Basada en la Resolución de Problemas de Perímetro y Área. Tecnológica-Educativa Docentes, 9(1), 28-33. doi:<https://doi.org/10.37843/rtded.v9i1.99>
- COLOMA Andrade, M. d., LABANDA Jaramillo, M. L., & MICHAY Caraguay. (2020). La TIC como herramienta metodológica en matemática. Espacios, 9.
- El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) en el desarrollo de la inteligencia emocional de estudiantes universitarios. (2019). Propósito y Representaciones, 7(2), 353-383. doi:<https://doi.org/10.20511/pyr2019.v7n2.288>
- Espinoza, F. E.-A. (2022). Aprendizaje Basado en Problemas. Universidad y Sociedad, 124-132. Obtenido de <http://scielo.sld.cu/pdf/rus/v14n2/2218-3620-rus-14-02-124.pdf>

- Grados, J., Canales, C., Cuzcano, A., Mendoza, F., Leva, A., & Meza, J. (2023). Capacidades de los sistemas educativos latinoamericanos para la aplicación de las herramientas digitales como el aula invertida. *Investigación y Educación*. doi:<https://doi.org/10.31219/osf.io/q5zbx>
- INEVAL. (2024). Prueba Ser Estudiante . Obtenido de <https://www.evaluacion.gob.ec/>
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2024). Informe de Resultados Ser Estudiante 2023. Obtenido de <https://www.evaluacion.gob.ec/>
- Machado Pico, H. A., Sagnay Alvarado, E., Vera Pisco, D. G., & Sornoza-Parrales, D. (2024). Integración Efectiva De Aplicaciones Informáticas Para Potenciar El Aprendizaje De Las Matemáticas En Bachillerato. *Revista Científica Sinapsis*, 25(2). <https://doi.org/10.37117/s.v25i2.1108>
- Martí, J., & Heydrich, M. (2023). Aprendizaje Basado en Proyectos. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/215/21520993002.pdf>
- Ministerio de Educación. (2024). Instructivo de Eevaluación Estudiantil. Obtenido de <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2024/08/instructivo-evaluacion-estudiantil-costa-galapagos-2024.pdf>
- Naranjo Sagñay, W. C., Contreras Sánchez, E. P., Sornoza-Parrales, D., & Vera Pisco, D. G. (2024). El aprendizaje basado en problemas como estrategia didáctica para la enseñanza de límite de función. *Revista Científica Sinapsis*, 25(2).
- Oviedo, B., & Zhuma, E. (2019). Estrategias de trabajo colaborativo ABP - TPA. *Universidad y Sociedad*, 153-158. Obtenido de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2218-36202019000200153
- Robalino, J., & Ríos, M. J. (2022). Impacto de las TAC en la enseñanza de habilidades cognitivas. *Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades*. Obtenido de <https://doi.org/10.56712/latam.v5i2.1914>
- Vera Pisco, D., Sornoza-Parrales, D., Murillo Baque, D. S., & Cobeña Macías, F. M. (2024). Aplicación de las matemáticas en la vida cotidiana con la aplicación del Programa Lingo. *Revista peruana de investigación e innovación educativa*, 4(1), e26921–e26921.